Q. ﻿What is the time complexity of the extended Euclidean algorithm? Please provide the detailed analysis.

우선 Euclidean algorithm 에서 gcd(a,b) = gcd(b, a%b)가 성립함을 알 수 있다.

Extended Euclidean algorithm은 ax+by = gcd(a,b)의 해를 구하는 것이다.

여기서 a = bq+r (q는 몫, r은 나머지)라 표현하면, (bq+r) x + by = gcd(a,b)이다.

q = a / b 이고, r = a% b 이므로 다시 표현하면,

((a/b) \* b + (a % b)) x + by = gcd(a,b)

(a % b) x + ((a/b) \* x + y) b = gcd(a,b) 이다.

여기서 ((a/b) \* x + y)를 x1으로, x를 y1으로 치환하면

b\*x1 + (a%b)\* y1 = gcd(a,b) 가 된다.

이 과정을 a 혹은 b 가 0이 될 때까지 반복한다. 결국 반복하는 과정은 일반 Euclidean algorithm이랑 똑같기에 Time complexity 또한 같다.

Euclidean algorithm의 Time complexity는 O(log(max(a,b))) 이기에 Extended Euclidean algorithm의 Time complexity도 O(log(max(a,b))) 이다.